

Wenn **ZWEI** eines **SECHS** - tetts gleichzeitig müssen ,
verbleibt ein **zauberhaftes** Quartett !



Kunst **I**st , ALLERL  zu ma Thema tisieren !

Peter Hammer chaosachso21@gmail.com

Felix Huber felix.68@gmx.ch

Rolf Knobel rolf.knobel@bluewin.ch

Armin Widmer widmer.ar@bluewin.ch

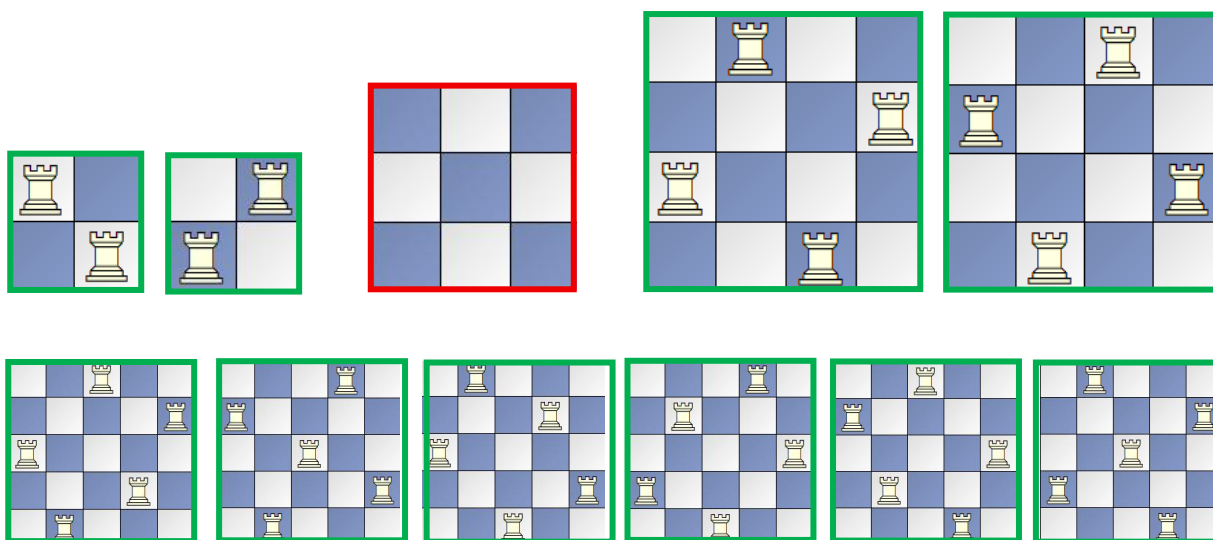
Rätsel des Monats $2 + 6 \cdot 5 + 2 + 0 - 2 - 6 = 26$

problematische Lösung

Idee Rolf Knobel und Peter Hammer

Fernschach-Grossmeister sind Spieler, die sich reichlich Zeit nehmen, um weit über den Bretterrand hinauszublicken. So kann es durchaus sein, dass sie für einen einzigen Zug **26 Stunden** investieren. Von **Fernschach-Grossmeister Rolf Knobel** wollten wir deshalb wissen, ob er ein Schachrätsel kennt, in dem zudem einiges an mathematischem Wissen steckt.

Als Liebhaber von **Knobe**leien servierte er uns flugs ein Problem, bei dem nicht wir, aber die Schachtürme den Überblick über das Brett haben. Analog zum Fernschach, bei dem ab und zu der beste Zug «erspürt» wird und die Erklärung fehlt, offeriert er uns lächelnd diese bebilderte Lösung mit der Frage: «Was ist die Frage?»



Zwei Varianten (**2**) beim 2x2-Brett, keine Variante (**0**) beim 3x3 Brett, zwei Varianten (**2**) beim 4x4-Brett – so muss es beim 5x5 Brett sechs Varianten (**6**) geben !

Dass sich in jeder Kolonne und jeder Reihe ein Turm befindet, ist offensichtlich. Zum **2-0-2-6** Rätsel die passende Restriktion zu entdecken, ist definitiv anspruchsvoll:

Für $1 < k < n$ darf es kein **Teil-Feld** der Grösse $k \times k$ geben ...

Frage Welche Problemstellung für $n \times n$ Bretter mit n Türmen führt zur Zahlenfolge 1 , **2** , **0** , **2** , **6** , 46 , 338 , 2'9**26** , 28'146 , 298'5**26** , ... ?

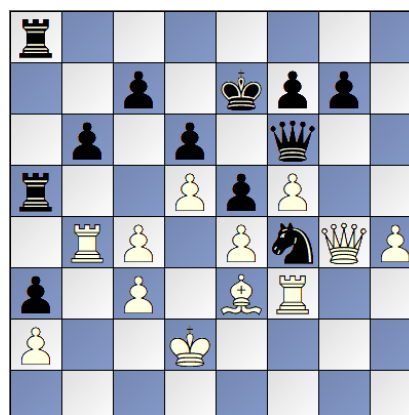
Vor **26 Jahren** kam **Rolf Knobel** (Kanton Zug , **62**) zu Titelehren. Ein **SIM** ist ein **Senior International Correspondence Chess Master**. Nur drei Jahre später folgte sein s(ch)achliches Denkmal. Bei der 12. Fernschach-Olympiade, die nicht **2**, sondern **6 Jahre** dauerte und bei dem die Züge per Post übermittelt wurden, erreichte Knobel mit 7.5 Punkten aus 11 Partien am Spitzenbrett das beste Resultat aller **2x6** Nationen und liess Topspieler wie den Schweden Ulf Andersson hinter sich. «Es fühlt sich an – wie ein WM-Titel», betont der Physiker und duldet zurecht keine Relativitätstheorie.

Mit der Bitte eine **26 zügige** Züge beizusteuern, schüttelt Knobel nur den Kopf: «No way – im Fernschach gibt es auf höherem Niveau keine Blitzsiege !» So werfen wir unser Augenmerk auf eine Partie, die **2 x 26 Züge** beanspruchte und auf einen tiefschürfenden Gewinnzug, der anno dazumal selbst Computer im Hintergrund restlos überforderte. Knobel: «Es dauerte **2x6** Jahre, bis Top Computer realisierten, dass es sich tatsächlich um einen Gewinnzug handelt !»

Knobel (Elo 2591) – Clemente (E / 2638)

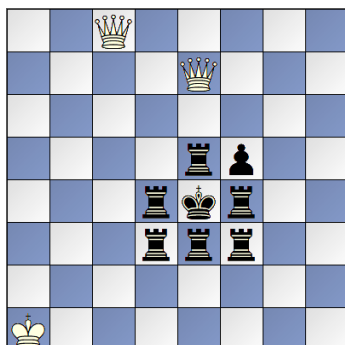


Rolf Knobel

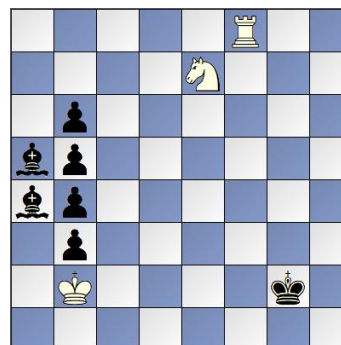


Weiss zieht und gewinnt !

Darin sind wir uns alle einig. Heutzutage stellen die Denk-Maschinen hinter das Fernschach mehr als nur ein Fragezeichen. Ein Matt in **20** oder ein Matt in **26 Zügen** ist in der Regel nur eine Frage von Sekunden. Wir tippen auf **26 Sekunden** !



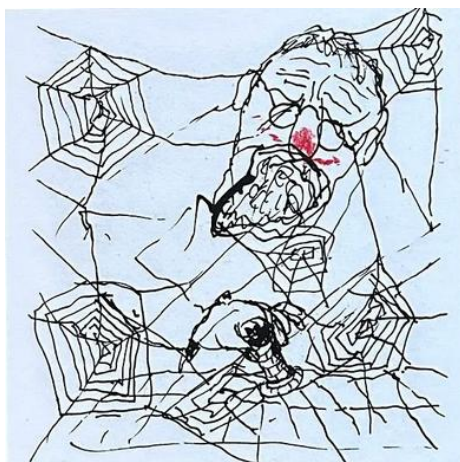
Matt in 20 Zügen !



Matt in 26 Zügen !

Lösungen Rätsel des Monats $2 + 6 \cdot 5 + 2 + 0 - 2 - 6 = 26$

Eine der berühmtesten Fernschach-Partien spielten die Innerschweizer Künstler Hans Schärer (1927 – 87) und Martin Zimmermann (19 + 2 x **26**). Zug um Zug sendeten die Beiden einander illustrierte Postkarten zu, die schliesslich in Buchform und 2018 in einer Ausstellung in Luzern einen würdigen Rahmen erhielten. 1981 steckte Schärer den kuriosen Zug 1. h4 ins Couvert. 16 Jahre später endete die Partie unausgespielt, aber mit klarem Vorteil für Weiss, mit dem Tod von Hans Schärer.

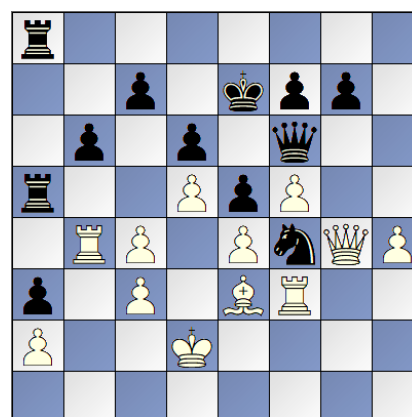


Hans Schärer – Martin Zimmermann: «Nach längerem Brüten» Edizioni Periferia 2018

<https://www.luzernerzeitung.ch/kultur/hier-wird-schach-witzig-zur-kunst-ld.1059492>

Knobel (CH / Elo 2591) – Clemente (E / Elo 2638)

1. d4 Sf6 2. Sf3 b6 3. g3 Lb7 4. c4 e6 5. Lg2 Le7 6. 0-0 0-0 7. Te1 a5 8. Lf4 h6 9. Sc3 Lb4 10. d5 Lxc3 11. bxc3 d6 12. e4 e5 13. Lc1 La6 14. Lf1 Lc8 15. Sh4 Sa6 16. f3 Sc5 17. Tb1 Sh7 18. Sf5 Te8 19. Dc2 Lxf5 20. exf5 Sf8 21. Ld3 Sfd7 22. Le4 a4 23. Dg2 a3 24. Te3 Ta5 25. h4 Sf6 26. g4 Scxe4 27. fxe4 h5 28. gxh5 Sxh5 29. Dg4 Sf4 30. Kf2 Kf8 31. Tf3 Df6 32. Le3 Ta4 33. Tb4 Tea8 34. Ke1 T4a5 35. Kd2 Ke7 **36. Txf4 !**



Der Gewinnzug, den die besten Computer erst 12 Jahre später entdeckten !
 36. ... exf4 37. Lxf4 Ke8 38. h5 Ta4 39. Txa4 Txa4 40. Kd3+- b5 41. cxb5 De7 42. Le3 f6 43. h6 gxh6 44. Dg8+ Df8 45. De6+ De7 46. Lxh6 Kd8 47. Le3 Ke8 48. Ld4 Dxe6 49. dxe6 Ke7 50. c4 Ta8 51. c5 Tg8 52. Kc4 1:0

1. Sd5 Kg3 2. Se3 Kh4 3. Tg8 Kh5 4. Sg4 Kh4
5. Sf6 Kh3 6. Se4 Kh4 7. Sg3 Kh3 8. Sf5 Kh2
9. Se3 Kh3 10. Sg2 Kh2 11. Sf4 Kh1 12. Tg7
Kh2 13. Tg2+ Kh1 14. Tf2 Kg1 15. Td2 Kh1
16. Sd5 Kg1 17. Se3 Kh1 18. Sf1 Kg1 19. Sh2
Kh1 20. Kb1 Kg1 21. Tb2 Kh1 22. Kc1 Kg1
23. Kd1 Kh1 24. Ke1 Kg1 25. Sf3+ Kh1 26. Th2 #

Rätsel des Monats $2 + 6 \cdot 6 + 2 \cdot 0 - 2 \cdot 6 = 26$

EGOMETrie

Idee Peter Hammer



Kennst du eine attraktive Geometrie-Aufgabe mit der Lösung 26 ?

KI : «Hier ist eine Geometrieaufgabe mit **26** als Lösung. Ein Rechteck hat eine Länge von 10 und eine Breite von 3. Berechne den Umfang des Rechtecks !

$$u = 2 \cdot (10 + 3) = 26$$

Falls du mit «**Lösung 26**» etwas anderes meinst – zum Beispiel Aufgabe **Nr. 26** aus einem Schulbuch – sende mir bitte die Aufgabenstellung oder ein Foto.»

Bitte etwas Anspruchsvolleres !

KI : «Hier ist eine anspruchsvollere Geometrieaufgabe mit der **Lösung 26**.
Ein rechtwinkliges Dreieck hat Katheten mit der Länge 10 und 24.
Berechne die Länge der Hypotenuse !

$$c = \sqrt{100 + 576} = \sqrt{676} = 26$$

Und passend zentriert misst der Winkel rund 22.62 Grad ! Aber bitte ...

<https://www.omnicalculator.com/de/mathematik/hypotenuse>

KI : «Noch etwas anspruchsvoller ? – Gerne :
Ein Kreis hat einen Umfang von 52π .
Berechne den Radius des Kreises !

$$u = 2r\pi = 52\pi \Rightarrow r = 26$$



GEO-metrie mit KI zu betreiben, ist aus unserer Sicht eine ART von **EGO**-metrie. Umso erfreulicher ist es, wenn sich **KI** – allerdings mittlerweile eher selten – irrt !

KI : «Hier ist eine deutlich anspruchsvollere Geometrieaufgabe, deren Ergebnis erneut **26** ergibt. Ein gleichschenkliges Trapez hat Parallelen mit den Grössen 40 (a) und 14 (c). Die Höhe beträgt 24. Berechne den Schenkel b !

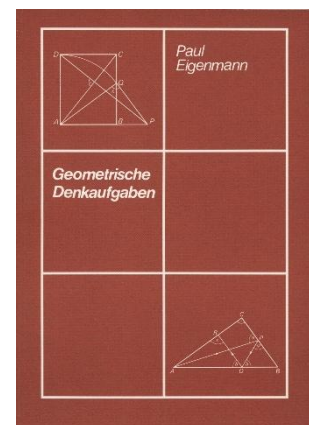
Lösung : ... $b^2 = 169 + 576 = 745$

Moment – das ergibt ja nicht **b = 26** ! Wir prüfen nochmals ... »

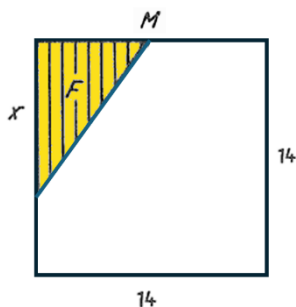
Frage Ein gleichschenkliges Trapez mit dem Schenkel **b = 26** und der Decklinie c = 14 hat eine Höhe h = 24. Berechne die Grundseite a !

Eine Alternative zu **KI** ist, im Stil der guten alten Zeit im ideenreichen Büchlein «Geometrische Denkaufgaben» von Paul Eigenmann eine Aufgabe zu suchen mit der **Lösung 26**. **K** ein **I**nteresse ? Das können wir nachvollziehen, denn keine der insgesamt 293 Aufgaben hat die **Lösung 26** ?

So bleibt uns wohl nichts anderes übrig, als die **Nummer 26** ins Rampenlicht zu stellen und diese so zu manipulieren, dass als Lösung die **Zahl 26** erscheinen wird ?



Frage Wie sind die Werte der Quadratseite (14) und des Stammbruches (1 / 7) zu manipulieren, um als Lösung **x = 26** zu erhalten ?



$$F = \frac{1}{7} \text{ der Quadratfläche} \quad x = ? \quad \text{M: Mitte}$$

Es gibt ihn, der Pyramidenstumpf mit einem Volumen von **2026**. Aber inwiefern wird auch der Wunsch, dass die Höhe, die Grund- (a) und Deckkante (b) ganzzahlig sind, erfüllt ?



Frage Gibt es einen Pyramidenstumpf mit ganzzahligen a, b, h und V = **2026** ?

$$V_{\text{Pyramidenstumpf}} = 2026 = \frac{h}{3} \cdot (a^2 + ab + b^2) ; a, b, h \in \mathbb{N}$$

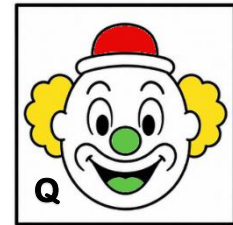
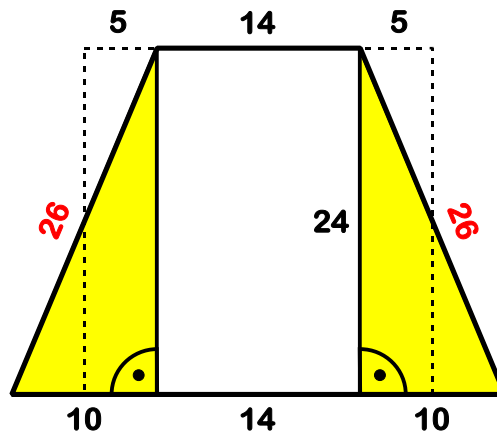
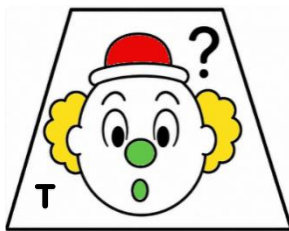
Lösungen Rätsel des Monats $2 + 6 \cdot 6 + 2 \cdot 0 - 2 \cdot 6 = 26$

KI: « Lösung: ... $b^2 = 169 + 576 = 745$

Moment – das ergibt ja nicht $b = 26$! Wir prüfen nochmals !

$$10^2 + 24^2 = 100 + 576 = 676 \quad [Q = T = 576]$$

Also brauchen wir die Länge 10 anstatt 13 für die kleine Kathete. »

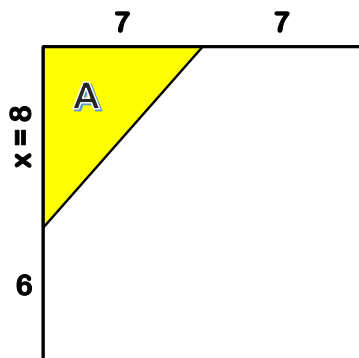


«Die erste Regel, an die man sich in der **Mathematik** halten muss, ist, **exakt** zu sein. Die zweite Regel ist, klar und deutlich zu sein und nach Möglichkeit **einfach**.»

Lazare Nicolas Marguerite Carnot (1753 – 1823) war ein Mathematiker, ein französischer Offizier und Politiker, dem wir unter anderem dieses Zitat verdanken und die Idee der Massen-Mobilisierung.



Carnot



Die Aufgabe **Nummer 26** bei den «Geometrischen Denkaufgaben» von Paul Eigenmann ist gewiss ganz nach dem Geschmack des Zitats von Carnot.

$$A = \frac{\text{Quadratfläche}}{7}, \quad s = 14, \quad x = ?$$

$$\frac{7x}{2} = \frac{14 \cdot 14}{7}, \quad 7x = 14 \cdot 2 \cdot 2, \quad x = 8$$

Wenn wir fordern, dass $x = 26$ und die Beziehung der Flächeninhalte des Dreiecks und des Quadrates einem Stammbruch entspricht, sowie alle Werte ganzzahlig sein müssen, so steht die Exaktheit auf wackeligen Füßen.

$$A = \frac{\text{Quadratfläche}}{n = ?}, \quad s = ?, \quad x = 26; \quad \frac{1}{2} 26 \cdot \frac{s}{2} = \frac{s^2}{n} \Rightarrow 13n = 2s; \quad s \geq 26$$

n	4	6	8	10	26	2026
s	26	39	52	65	169	13'169

Und plötzlich taucht sie auf, die an den Haaren herbeigezogenen Parallelen wie beispielsweise die drei Endzahlen (169) für $n = 26$ und $n = 2'026$. Wenn wir nunmehr fordern – und zwar absichtlich erst hier – dass die Quadratseite die kleinste Zahl mit der **Quersumme 26** sein muss – so wird Lazare Nicolas Marguerite Carnot auf eine **Ma-Ma-Mo** (**M**athematik-**M**assen-**M**obilisierung) verzichten, da für $n = 292$ und damit $s = 1898$ ($1 + 8 + 9 + 8 = 26$) seine Maxime exakt und einfach erfüllt ist.

$$V_{ps} = \frac{h}{3} (a^2 + ab + b^2) = 2026; \quad h \cdot (a^2 + ab + b^2) = 2 \cdot 3 \cdot 1'013 = 6'078$$

Die möglichen Teiler von 6'078 sind 1, 2, 3, 6, 1'013, 2'026, 3'039 und 6'078 – da 1'013 eine Primzahl ist. Somit kann $a^2 + ab + b^2$ nur einer dieser acht Werte sein.

Lemma : Jede Primzahl $P \equiv 2 \pmod{3}$, welche die Summe $a^2 + ab + b^2$ teilt, teilt die Summe sogar quadratisch (gerader Exponent).

Sowohl 2 als auch 1'012 sind von der Form $2 \pmod{3}$.

Deshalb können die Produkte 6, **2'026**, 3'039 und 6'078 – bei denen die Teiler 2 und 1'013 nicht quadratisch sind – nicht von der Form $a^2 + ab + b^2$ sein.

Schliesslich sind die Teiler 1, 2 und 3 wegen $a^2 + ab + b^2 \geq 7$ auszuschliessen !

Somit gibt es keinen Pyramidenstumpf mit **V = 2026** und ganzzahligen a, b und h.

Armin Widmer: «ChatGPT und Gemini lösen diese Aufgabe ebenfalls mit der Zahlentheorie (quadratisches Reziprozitätsgesetz).»

Wer indes nichts von der «**EGO-Metrie**» hält, möge sich bis ins Jahr 2028 gedulden, denn dann lassen sich aufgrund der Fülle an Varianten die eine oder andere gewiss auch ohne Hilfsmittel (KI) finden ! Wie viele Varianten wird es im Jahr 2028 geben ?

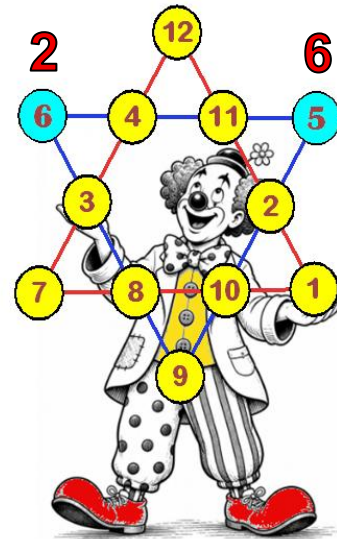
Rätsel des Monats $2 \cdot (6 + 7) + 2 \cdot 0 \cdot 2 \cdot 6 = 26$

K og I to – ergo sum

Idee Armin Widmer , Felix Huber , Rolf Knobel , Peter Hammer

Dieser manipulierte Spruch «**K** og **I** to, ergo sum» – anstatt «cogito, ergo sum» – des französischen Philosophen René Decartes in seinem Werk «Meditationes de prima philosophia» (1641) entdeckten wir auf der Karte einer Geburtstags-Einladung (Abbildung).

Im Rampenlicht stand für uns aber weder der Spruch noch das kritische Geburtstagsalter von 65 Jahren. Da bei einem magischen Sechseck – hergestellt durch die Zahlen 1 bis 12 – vor allem die **Zahl 26** als Summe aller sechs Geraden verherrlicht wird, schenkten wir der Geburtstag-Gesellschaft unter anderem ein Rätsel, das direkt beim Fest ohne Hilfsmittel zu lösen war !



Frage Lassen sich analog zum Bild die Zahlen 1 bis 12 so platzieren, dass erneut in allen sechs Geraden die **Summe 26** erscheinen und oben links die **2** anstelle der **6** und oben rechts die **6** anstelle der **5** erscheinen wird.

«Ich stelle am Ende eines Jahre Rätsel rund um die neue Jahreszahl her, um die eine oder der andere gern nachdenken soll», sagt sich Rolf Knobel jeweils beim Jahresende und betont, dass eine Kreation weitaus mehr Freude bereitet als nur das Entdecken einer spitzfindigen Lösung. So kreierte Knobel beispielsweise den Quotienten 2 über PI im Quadrat mit dem pointierten Dezimalbruch **0 . 2026 4237 ... (2 + 0 + 2 + 6 + 4 + 2 + 3 + 7 = 26) !**

$$\frac{2}{\pi^2}$$

Frage Die Summe der letzten Digitalstelle (Einer) aller Quadratzahlen von 1 bis **n** beträgt **2026**. Um welche natürliche Zahl **n** handelt es sich ?



Frage Allein ein Blick auf die Zwei und die Sechs reicht aus, um den Aufbau dieser Kugelpyramide weiterzuentwickeln. Die Folge $2 - 6 - 10 - 14 - 18 - \dots$ breitet sich jeweils links und rechts abfallend symmetrisch aus. In der Abbildung entdecken wir die **Summe 26** in der 3. Reihe. Und in welcher Reihe werden wir die Summe **2026** vorfinden ?

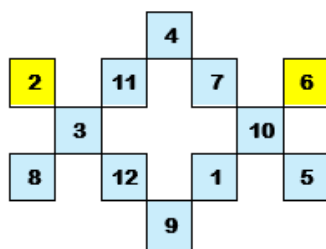
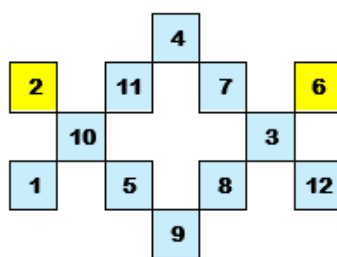
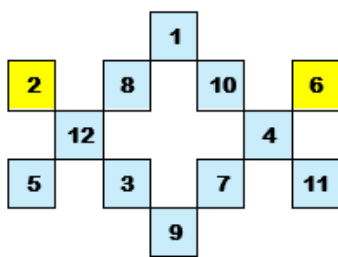
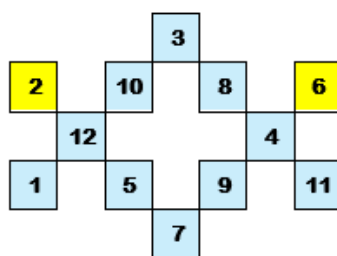
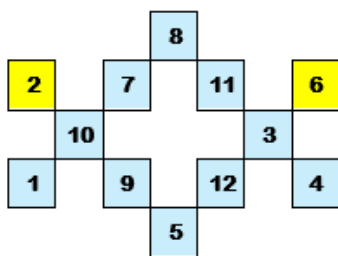
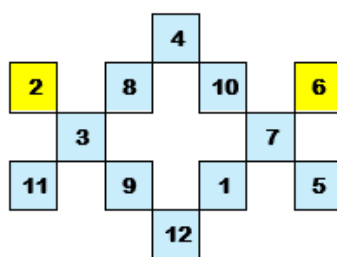
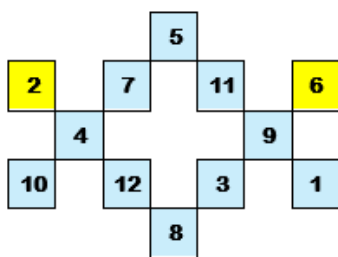
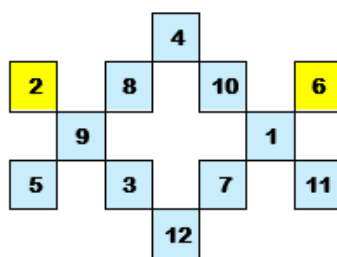
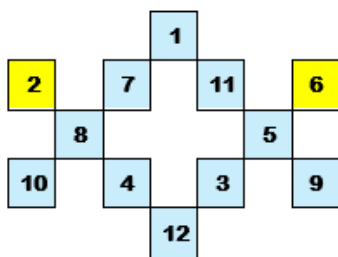
«Auch der Inkreis hat offensichtlich eine Vorliebe für die Zahl **26**», erklärt uns **Felix Huber** lächelnd und stellt uns die Frage: Gibt es rechtwinklige Dreiecke mit ganzzahligen Seiten, bei dem der Inkreisradius «passend» die **Länge 26** aufweist und die zudem sogar primitiv sind. Das heisst, die drei Seiten sind teilerfremd. Und wie stets ist mit dem gross-ART-igen Tüftler und Denker **Armin Widmer** zu rechnen. Er will wissen: Wie gross ist der kleinste Radius, der **26 Lösungen** enthält ?

Dieses Rätsel ist zugleich der Abschluss unserer Rätselserie, die im Januar 2022 startete. Es bleibt uns, bei **Bernhard Berchtold** für seine optimale Betreuung unserer Rätselecke herzlich zu bedanken !



Lösungen Rätsel des Monats $2 \cdot (6 + 7) + 2 \cdot 0 \cdot 2 \cdot 6 = 26$

Die erste dieser neun Varianten lässt sich mit viel Glück und etwas Verstand ohne Hilfsmittel blitzartig finden. Die Summe zwischen den **Zahlen 2** und **6** muss 18 sein. Wir entscheiden uns für die Variante «ungerade» respektive für 7 und 11. Die sich ausgleichenden Extreme (1 und 12) platzieren wir oben und unten. Dadurch sind die Zahlen 5 und 8 aufoktroziert und der Rest ergibt sich.



1 , 4 , 9 , 6 , 5 , 6 , 9 , 4 , 1 , 0 sind die Endziffern der ersten 10 Quadratzahlen. Die Summe beträgt 45. Jeder weiterer Zehner-Block mit Quadratzahlen hat die gleichen Endziffern. Folge dessen wiederholt sich bis zur 451. Quadratzahl 45 mal die Summe 45 gefolgt von der Zahl Eins bei der 451. Quadratzahl.

Somit ist die Lösung **n = 451** mit der Abrechnung $45 \times 45 + 1 = \mathbf{2026}$.



Die Summe einer Reihe setzt sich zusammen aus der doppelten Summe der ungeraden Zahlen 1 bis $2n + 1$ und 1 bis $2n - 1$. Beispielsweise haben wir in der 3. Reihe links mit den Zahlen 2 , 6 und 10 die ungeraden Zahlen 1 , 3 und 5 verdoppelt und rechts mit den Zahlen 6 und 2 die ungeraden Zahlen 3 und 1.

Die Summe von ungeraden Zahlen führen zu Quadratzahlen und somit ergibt sich:

$$2 \cdot \left[n^2 + (n-1)^2 \right] = 4n^2 - 4n + 2$$

$$\text{für } n = 23 \Rightarrow 2 \cdot (23^2 + 22^2) = \mathbf{2026} \quad \text{https://oeis.org/A069894}$$

Armin Widmer: «Gemäss OEIS: A078644 (**26**) gibt es 6 pythagoreische Dreiecke mit einem Inkreisradius der **Länge 26**. Von diesen sechs Dreiecken sind zwei primitiv, das heisst $\text{ggT}(a, b, c) = 1$ (OEIS: A068068). Im OEIS sind nur die Folgeglieder mit $r < 96$ abgelegt. Ich habe den Zahlenraum bis $r = 1'000'000$ erweitert und festgestellt: Der kleinste Radius mit **26 Lösungen** ist $r = 1'458$. Mit $r = 720'720$ gibt es fast **2026** (konkret 2025) Lösungen. Kurioserweise gilt $a(26) = a(2026)$. Weitere Fragen sind verlockend: Gibt es zu jedem Radius mit der Länge 1 bis und mit **2026** Lösungen ? Gibt es sogar stets primitive Lösungen ? Ich weiss es nicht, aber dieses Problem lädt zur Vertiefung ein !»

$$p = \mathbf{26}: a = 60, b = 221, c = 229 \quad ; \quad a = 53, b = 1'404, c = 1'405$$

<https://oeis.org/A078644>

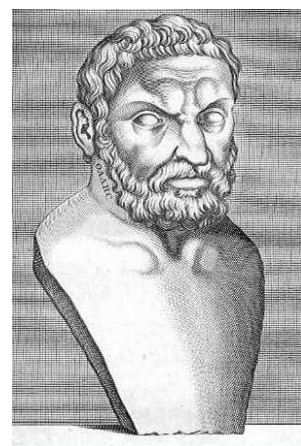
<https://oeis.org/A068068>

Rätsel des Monats $2 + 6 + 8 - 2 + 0 + 2 \cdot 6 = 26$

26 Liter Wasser

Idee Peter Hammer , Felix Huber , Peter Lee

Wird die Erde vom Wasser getragen und wie ein Schiff bewegt ? Zu dieser These passt ein Erdbeben bestens, denn so ist das Erschüttern der Erde nichts anderes als eine unerwünschte Welle, die das «Schiff Erde» je nachdem leicht oder heftig schüttelt. Aus heutiger Sicht ist diese These ein völlig absurder Gedanke. In der Antike jedoch fand Thales von Milet (624 – 546 v. Chr.) mit seinem kuriosen Weltbild eine relativ grosse Anhängerschaft, zumal er mit seiner rationalen Denkweise die Götter als Urgrund der Welt ausschliessen konnte.



Thales von Milet

Und wehe dem – einst und heute (!) – der das kostbare Gut Wasser verschüttete. Doch dies wollen wir jedoch bei der folgenden «Umschütterei» ausschliessen. Vor uns stehen vier Krüge mit einem Fassungsvermögen von 21, 12, 9 und 2 Litern. Zu Beginn ist einzig der grösste Krug mit Wasser gefüllt. Nunmehr gilt es, die 21 Liter ohne Hilfsmittel so zu verteilen, dass schliesslich drei von den vier Krügen je sieben Liter enthalten.

	Start	1	2	3	4	5	6
21 L	21	9	7	7	7	7	7
12 L	0	12	12	3	5	5	7
9 L	0	0	0	9	9	7	7
2 L	0	0	2	2	0	2	0

Frage Können wir analog zum Beispiel nach **sechsmaligem** Umschütten in drei der vier Krügen mit verschiedenem Volumen **26 Liter** vorfinden ? Zu Beginn enthält der grösste Krug 78 Liter Wasser, bei den leeren drei Krügen (mit welchem Volumen ?) hat der kleinste Krug ein Volumen von **zwei** Litern.

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Wie beim letzten Jahr wird sich bei Temperaturen von mehr als **26 Grad** beim Rätsel des Monats August leichte Kost gewiss erneut bewähren ! Und offensichtlich amüsiert unsere Rätselseite unter anderem den amerikanischen Professor der Mathematik Kevin O'Bryant. **Felix Huber** hat von ihm ein Schreiben mit folgender Zahlen-Signatur erhalten:

$$1 + 2 + 34 \cdot 56 + 7 \cdot (8 + 9) = 2026$$

«Das ist eine ideale Ausgangslage für eine «heisse» Mathematikstunde», sagt sich der Luzerner Gymnasial-Lehrer Felix Huber und will seinen Lernenden bei einer überhitzten Temperatur im Klassenzimmer eine **2026-er Variante** suchen lassen, die sich sogar auf die Zahlen 1 bis 8 beschränkt. Selbstverständlich gehört quasi als Ventilator eine kleine Belohnung beim nächsten Mathe-Test dazu.

Frage Lässt sich analog zum Beispiel mit den Grund-Operationen und ohne Änderung der Reihenfolge der Zahlen die Jahreszahl **2026** ebenfalls bilden, wenn nur die Zahlen 1 bis 8 oder sogar nur 1 bis 7 zur Verfügung stehen ?

«Unvorstellbar», erklärt uns der Mathematiker und leidenschaftliche Schachspieler **Peter Lee**. «Ich kenne jemanden, der regelmässig Turniere spielt und nicht weiss, dass zwei Bauern **2 Punkten** und ein Turm und ein Bauer **6 Punkten** entsprechen.



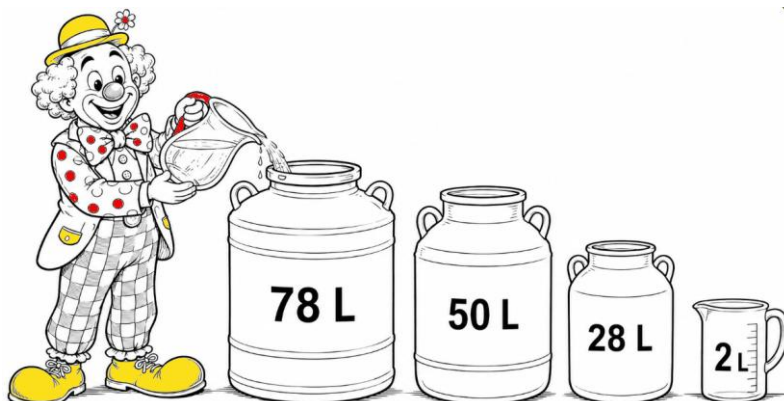
«Wenn wir eine Uhr anstatt mit Schachfiguren mit den vier Ziffern der Jahreszahl herstellen wollen», lächelt Peter Lee, «so haben wir mit folgender Idee leichtes Spiel !»

$$2 - 0! = 1, 2 + 0 = 2, 2 + 0! = 3 \text{ und } -2 + 6 = 4, 2 + 6 = 8, 2 \cdot 6 = 12$$

$$\text{Beispiel } 2 + 0! - 2 + 6 = 7 \quad 2 - 0! + 2 + 6 = 9$$

Frage Mit der **Idee** von Peter **Lee** lassen sich mit den Ziffern der Jahreszahl (**2** , **0** , **2** , **6**) alle Zahlen von 1 bis 15 problemlos bilden. Lassen sich auch die Zahlen 16 und 17 darstellen ?

Lösungen Rätsel des Monats $2 + 6 + 8 - 2 + 0 + 2 \cdot 6 = 26$



Es gibt nebst $78 - 50 - 28 - 2$ weitere Start-Varianten (wie viele ?), um mit nur 6 Umfüllungen erfolgreich zu sein. Vorteilhaft, aber nicht zwingend, ist das Delta bei den beiden hinteren Kannen. Hier ist es **26 Liter** ($= 28 - 2$).

	Start	1	2	3	4	5	6
78 L	78	28	26	26	26	26	26
50 L	0	50	50	22	24	24	26
28 L	0	0	0	28	28	26	26
2 L	0	0	2	2	0	2	0

Gibt es auch eine Start-Varianten ($78 - ? - ? - ?$), die präzis **26 Umfüllungen** beansprucht ? Fragen wir im Stil der nicht mehr so guten, alten Zeit **Chat-GPT** !

KI: «Ja ! Eine passende Variante verwendet Gefässe mit :

$$78 - 30 - 30 - 16$$

Eine vollständige Prüfung aller erreichbaren Zwischenstände zeigt zudem: Mit diesen Gefässgrössen ist keine Lösung mit weniger als **26 Umfüllungen** möglich. Es sind also nicht künstlich eingefügte Umwege – **26** ist tatsächlich die Mindestzahl.»

$$1 + 2 + 34 \cdot 56 + 7 \cdot (8+9) = 2026$$

Wenn wir den Auftrag erhalten, ohne jegliche Hilfsmittel mit den Ziffern 1 , 2 bis 9 (in dieser Reihenfolge) die Zahl **2026** zu bilden, realisieren wir sehr schnell, dass uns das Produkt 34×56 in die Nähe führt – der Rest ist «Formsache» !

$$2026 - 34 \times 56 = 122 \quad 122 = 1 + 2 + 7 \times 17$$

Allerdings erscheint uns auf Anhieb auch $345 \times 6 = 2070$ als sehr attraktiv. Subtrahieren wir 7×8 , so treffen wir mit 2'014 den Nagel bereits auf den Kopf ! Und dies ohne KI und ohne TR zu verwenden – spontan in rund **26 Sekunden** !

$$1 + 2 + 345 \cdot 6 - 7 \cdot 8 + 9 = 2026$$

Der Spielraum ist offensichtlich gross genug, wie die kreative Variante von **Felix Huber** mit nur acht Ziffern zeigt !

$$1 \cdot 2 + (3+45) \cdot 6 \cdot 7 + 8 = 2026$$

Und warum eigentlich nicht nur 7 Ziffern ?

$$1 \cdot 2 \cdot (34 \cdot 5 \cdot 6 - 7) = 2026$$



Eine solche, amüsante Kreativität wie im Bild überfordert jede Denk-Maschine. Geht es dagegen um die Suche nach Annäherungen, so ist KI mittlerweile Extraklasse. Die Darstellung von 16 ist trivial und für die Annäherung mittels Wurzel aus acht multipliziert mit 8 braucht es jedoch keine Hilfsmittel !

$$(2 + 0) \cdot (2 + 6) = 16 \quad \sqrt{[(2 + 0!)! + 2]} \cdot 6 \approx 16.971$$

$$\text{KI:} \quad \left(\sqrt{2} - 0! + \sqrt{\sqrt{2}} \right)^6 \approx 16.994$$